

## СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ БАЗИСНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ, ВХОДЯЩИХ В МОДЕЛИ СОПРОТИВЛЕНИЯ СТАЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА

к.т.н., профессор **Мартынов Ю.С.**,  
магистр техн. наук, ст.преподаватель **Надольский В.В.** (БНТУ)

*Рассмотрена проблема вероятностного моделирования прочностных характеристик стали и геометрических параметров сечений стальных конструкций для условий Республики Беларусь. Обобщены статистические параметры характеристик стали и геометрических параметров сечений. Основной акцент сделан на наиболее часто используемую характеристику стали – предел текучести. Выполнен анализ интегрального частного коэффициента для модели сопротивления с учетом национальных особенностей проектирования, изготовления и монтажа стальных конструкций на основе современных исследований статистических параметров предела текучести стали и геометрических характеристик сечений стальных конструкций.*

### Введение

Большинство параметров расчетных моделей имеют неопределенные значения в силу погрешностей измерений, изменчивости физических явлений, недостоверных знаний о физической сущности процессов и т.д. Случайные параметры расчетных моделей и погрешности эти моделей принято называть базисными переменными. Как правило, условно выделяют две группы базисных переменных: одни влияют на модели сопротивления, а другие – на модели эффектов воздействий (усилия, перемещения и др.). К параметрам модели сопротивления стального элемента относятся прочностные характеристики стали (наиболее часто используемая характеристика - предел текучести), деформационные характеристики стали, геометрические характеристики сечения и элемента, погрешности моделей сопротивления и др. Обозначив эффект воздействия –  $E(X)$  и сопротивление элемента –  $R(X)$ , можно записать функцию, описывающую состояние элемента:

$$g(X) = R(X) - E(X), \quad (1)$$

где  $g(X)$  – функция состояния. При  $g(x) \geq 0$  конструктивный элемент пребывает в работоспособном состоянии, при  $g(x) < 0$  – в состоянии отказа;

$X$  – вектор базисных (стохастических) переменных.

Большинство строительных норм ориентированы на «достижение приемлемой вероятности отказа конструкций» при их проектировании. В общем случае данное условие можно записать в виде:

$$P_f = P(g(X) < 0) \leq P_t \quad (2)$$

где  $P_f$  – вероятность наступления предельного состояния;

$P_t$  – целевое значение максимально допустимой вероятности отказа.

При наличии вероятностных моделей базисных переменных  $X$  методами теории надежности можно определить вероятность отказа за базовый период времени. Точность вероятностной модели базисной переменной оказывает существенное влияние на результаты расчетов. Поэтому исследования вероятностной природы базисных переменных являются актуальными, особенно по уточнению (корректировке) фактических законов распределения базисных переменных на основе экспериментальных данных. В странах Европы такие работы проводятся с периодичностью ориентировочно 10-15 лет с привлечением широкого круга научных и производственных организаций.

Проведение аналогичных исследований по уточнению статистических параметров базисных переменных, таких как прочностные характеристики стали и геометрические параметры сечений стальных конструкций, для территории Республики Беларусь практически не возможно, т.к. стальной прокат в республике не производится и поставляется зарубежными производителями. В данной ситуации, в качестве приближенной оценки могут быть приняты данные современных исследований, выполненных за пределами республики. Уточнение статистических параметров сталей,

используемых на территории Республики Беларусь, является ближайшей важной задачей.

### Основная часть

#### 1. Параметры прочности и деформативности конструкционной стали

##### 1.1 Предел текучести

К основным прочностным и деформационным характеристикам стали относятся предел текучести, предел прочности (временное сопротивление), модуль упругости, коэффициент Пуассона и деформации, соответствующие пределу текучести и временному сопротивлению.

Прочностные характеристики стали есть результат суммарного действия независимых случайных величин, ни одна из которых не оказывает преобладающего влияния, что согласно предельным теоремам теории вероятности позволяет считать распределения предела текучести сколь угодно близким к нормальному закону. Но следует обратить внимание, что данные предпосылки справедливы для первоначальной генеральной совокупности. Как правило, имеет место отклонение от нормального закона из-за процедур контроля качества стали, отбраковывающего низкосортную сталь.

Источниками изменчивости прочностных и деформационных свойств стали являются вариации химического состава, различия технологий изготовления, методов контроля качества, процедур испытаний, объем выборки и др. Вместе с тем прослеживаются общие тенденции, например, « Коэффициенты вариации предела текучести, по данным различных источников, имеют следующие границы: ... одинаковые профили с разных заводов  $v = 0.05-0.08$ ; различные профили с разных заводов  $v = 0.06-0.12$ » [1, с.242]. В сложившейся ситуации для Республики Беларусь представляется целесообразным оценить параметры сталей исходя из наиболее общих и разнообразных условий поставки проката.

Обширные статистические параметры прочностных характеристик сталей приводятся в исследованиях 50-70-х годов. За прошедшие 30-40 лет эти данные по объективным причинам устарели и требуют уточнения. В дополнение, следует привести слова И.И. Ведякова о современном уровне нормирования и производства стали на территории Российской Федерации: « Прежде всего назначаются стали по ГОСТ 27772-88. Эти стали были фактически разработаны в середине шестидесятых годов для условий тогдашней металлургии. Естественно, к настоящему времени они морально устарели ..., тем более что современная металлургическая промышленность, в том числе отечественная, бурно развивается и прогрессирует ...» [2, с.63].

Современные исследования статистических параметров предела текучести сталей, произведенных на территории Европейского союза, представлены в работах [3-5]. Обобщенные результаты этих исследований представлены в таблице 1.

**Таблица 1 – Статистические параметры предела текучести**

Марка стали	<i>n</i>	<i>t</i> , мм	$\mu$ , МПа	$\sigma$ , МПа	<i>V</i>	$\mu/f_{y,EN3}$	Ис-точ-ник
S235, $f_{y,EN3} = 235$ МПа	687*	≤16	316.4	24.00	0.08	1.35	[8]
	5493	≤20	284.5	21.50	0.08	1.21	[9]
	562**	≤10	297.3	16.80	0.06	1.27	[9]
	1123	20	289.0	20.10	0.07	1.23	[10]
	12	≤16	336.4	73.13	0.22	1.43	[7]
S275, $f_{y,EN3} = 275$ МПа	1951	≤16	327.1	18.63	0.06	1.19	[8]
	2342	≤40	306.3	15.63	0.05	1.11	[8]
	40*	≤16	369.7	35.12	0.09	1.34	[7]
S355, $f_{y,EN3} = 355$ МПа	685	≤16	416.3	18.71	0.04	1.17	[8]
	1129	≤40	395.7	15.11	0.04	1.11	[8]
	48	≤16	463.6	42.30	0.09	1.31	[7]
	17	≤40	407.1	18.71	0.05	1.15	[7]
	1089**	≤20	393.5	25.40	0.07	1.11	[9]

Примечание: \* четко выраженное двухвершинное распределение; \*\* тенденция к двухвершинному распределению.

При возможности разделения выборок с двухвершинными распределениями на две подвыборки, следует ожидать уменьшения средних значений и коэффициентов вариации, так в работе [3] проанализированы данные работы [4] для стали С235 ( $n = 687$ ), для которой было четко выраженное двухвершинное распределение. В результате получены две выборки со следующими параметрами:

–  $n = 342$ ,  $\mu = 297.3$  МПа,  $V = 0.06$ ,  $\mu/f_{y,EN3} = 1.27$ ;

–  $n = 345$ ,  $\mu = 355.4$  МПа,  $V = 0.03$ ,  $\mu/f_{y,EN3} = 1.51$ .

Для сравнения приведены статистические параметры предела текучести, принятые в различных работах:

– без учета изменчивости геометрических характеристик:

$$\mu_{R_y}/f_y = 1.19, V_R = 0.08;$$

$$\mu_{R_y}/f_y = 1.27, V_R = 0.057;$$

– с учетом изменчивости геометрических характеристик:

$$\mu_R/X_k = 1.25, V_R = 0.1;$$

$$\mu_R = R_k e^{2V_R}, V_R = 0.08;$$

$$\mu_R/X_k = 1.18, V_R = 0.15;$$

$$\mu_R/X_k = 1.18, V_R = 0.08;$$

$$\mu_R = R_k + 2\sigma, V_R = 0.08.$$

В Республику Беларусь стальной прокат поставляется с различных заводов, поэтому для оценки моделей сопротивления статистические параметры распределения значений предела текучести следует принимать в диапазоне равно-возможных значений. Анализ показывает, что среднее значение отношения фактического значения предела текучести к характеристическому составляет 1.10-1.20, а коэффициент вариации 0.05-0.08.

### 1.2. Предел прочности, предельная деформация соответствующая пределу прочности, модуль упругости.

В таблице 2 представлены статистические параметры предела прочности и деформаций, соответствующих пределу прочности, для сталей, произведенных в Евросоюзе.

**Таблица 2 – Статистические параметры предела прочности и деформаций, соответствующих пределу прочности стали.**

Марка стали	<i>t</i> , мм	Предел прочности			Предельные деформации			Ис-точ-ник
		<i>n</i>	$\mu$ , МПа	<i>V</i>	<i>n</i>	$\mu$ , %	<i>V</i>	
S235	≤16	10	459.55	0.06	10	31.50	0.15	[7]
	≤20	5493	422.0	0.05	5493	37.9	0.08	[9]
	≤10	562	403.8	0.03	562	37.8	0.08	[9]
	20	1123	408.8	0.05	1123	38.3	0.08	[10]
S275	≤16	37	473.43	0.06	12	29.83	0.22	[7]
S355	≤40	58	557.24	0.06	33	26.45	0.23	[7]
	≤20	1089	566.1	0.04	1089	31.0	0.09	[9]
S690	≤50	26	840.31	0.05	20	16.99	0.09	[7]

Статистические параметры модуля упругости стали, полученные на основании результатов лабораторных испытаний, представлены в работе [3]:

– для сталей С235 ( $n = 10$ ,  $t \leq 16$  мм)  $\mu = 206.57$  ГПа,  $V = 0.03$ ;

– для сталей С275 ( $n = 39$ ,  $t \leq 16$  мм)  $\mu = 205.47$  ГПа,  $V = 0.06$ ;

– для сталей С355 ( $n = 33$ ,  $t \leq 40$  мм)  $\mu = 209.02$  ГПа,  $V = 0.06$ .

Наиболее часто для модуля упругости принимают следующие статистические параметры  $\mu = 210$  ГПа,  $V = 0.04$ .

Среднее значение модуля упругости, соответствующее стадии самоупрочнения, составляет  $E = 2.7$  ГПа (на основании 50 результатов заводских испытаний) [6].

## 2. Геометрические параметры поперечного сечения

К геометрическим параметрам поперечного сечения относят размеры самого сечения и геометрические характеристики поперечного сечения (площадь, момент сопротивления и др.). Допуски геометрических размеров, регламентированные в ТНПА на прокат, изготовление и монтаж стальных конструкций служат подосновой при составлении вероятностной модели отклонений. При этом фактические статистические параметры распределения геометрических размеров поперечных сечений необходимо определять непосредственными измерениями размеров.

Наиболее актуальные данные об изменчивости геометрических характеристик прокатных двутавровых сечений, производимых в Чехии, представлены в работе [5].

**Таблица 3 – Статистические параметры геометрических характеристик прокатных двутавровых сечений [9]**

	<i>h</i>	<i>t<sub>w</sub></i>	<i>b<sub>f</sub></i>	<i>t<sub>f</sub></i>	<i>A</i>	<i>W<sub>x,pl</sub></i>
$\mu_x/X_n$	1.001	1.055	1.014	0.993	1.025	1.019
<i>V<sub>x</sub></i>	0.004	0.040	0.010	0.046	0.032	0.033
Min	0.989	0.949	0.975	0.858	0.931	0.926
Max	1.013	1.300	1.049	1.129	1.127	1.107

В таблице 4 представлены статистические параметры геометрических характеристик прокатных поперечных сечений, производимых в Великобритании [4].

**Таблица 4 – Статистические параметры геометрических характеристик прокатных двутавровых сечения**

	<i>A</i>	<i>I<sub>x</sub></i>	<i>I<sub>y</sub></i>	<i>W<sub>x,el</sub></i>	<i>W<sub>y,el</sub></i>	<i>W<sub>x,pl</sub></i>	<i>W<sub>y,pl</sub></i>
$\mu_x/X_n$	0.99	1.00	0.98	1.00	0.98	1.00	0.98
<i>V<sub>x</sub></i>	0.022	0.025	0.037	0.019	0.029	0.020	0.029

Для вероятностных расчетов геометрические характеристики принимают как детерминированные или учитывают их изменчивость. Для сравнения приведены статистические параметры, принятые в различных работах:

$\mu_x/X_n = 1.0$ ,  $V = 0.04$  – для площади, момента сопротивления, момента инерции прокатных профилей;

$\mu_x/X_n = 1.025$ ,  $V = 0.032$  – для площади прокатного двутаврового сечения IPE 140;

$\mu_x/X_n = 1.0$ ,  $V = 0.03$  – для момента инерции.

## 4. Анализ интегрального частного коэффициента для модели сопротивления стального элемента

Расчетное значение сопротивления, выраженное непосредственно через его характеристическое значение  $R_k$ , можно определить с использованием интегрального частного коэффициента  $\gamma_M$ :

$$R_d = R_k / \gamma_M \quad (1)$$

Интегральный частный коэффициент  $\gamma$  должен учитывать неблагоприятные отклонения свойств материалов, геометрических размеров, неопределенности расчетных моделей сопротивления и т.д. В общем случае частный коэффициент должен быть определен калибровкой исходя из условия обеспечения заданной надежности конструкции. Упрощенно интегральный частный коэффициент для модели сопротивления можно определить используя метод теории надежности 1-го порядка (FORM):

$$1 / \gamma_M = b_R \cdot \exp(-\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R) \quad (2)$$

$$\text{где } b_R = b_z \cdot b_{fy} \cdot b_\theta,$$

$b_z$  – среднее значение отношения фактического (измеренного) значения геометрического параметра сечения (например высота сечения, площадь, момент инерции, момент сопротивления и т.д.) к его характеристическому значению;

$b_{fy}$  – среднее значение отношения фактического (полученного посредством испытаний) значения свойства материала (например предел текучести, предел прочности и т.д.) к его характеристическому значению;

$b_\theta$  – среднее значение погрешности расчетной модели, т.е. отношения фактического (экспериментального) значения сопротивления к его характеристическому значению, определенному по расчетной зависимости;

$V_R$  – коэффициент вариации значения сопротивления. В случае независимых величин его можно принять равным  $(V_z^2 + V_{fy}^2 + V_\theta^2)^{0.5}$ ; здесь  $V_z$ ,  $V_{fy}$ ,  $V_\theta$  коэффициенты вариации геометрических характеристик сечения, свойств материала, погрешности расчетной модели, соответственно.

$\alpha_R$  – значения коэффициентов чувствительности согласно методом теории надежности 1-го порядка (FORM);

$\beta$  – целевое значение индекса надежности.

Поскольку значения параметров  $b_z$ ,  $V_z$  и  $b_{fy}$ ,  $V_{fy}$  изменяются в диапазоне равновероятных значений, то авторами рассмотрены возможные комбинации наиболее благоприятных и неблагоприятных значений. При этом статистические параметры погрешности расчетной модели (сопротивление изгибу)  $b_\theta$  и  $V_\theta$  приняты соответственно равными 1.0 и 0.05 согласно рекомендациям JCSS [7].

Значения интегрального частного коэффициента  $\gamma_M$  для модели сопротивления представлены в таблице.

**Таблица 5 – Значения интегрального частного коэффициента  $\gamma_M$  для модели сопротивления стального элемента с учетом условий Республики Беларусь.**

		Параметры предела текучести сечения	
		неблагоприятные $b_z = 1.10, V_z = 0.08;$	благоприятные $b_z = 1.20, V_z = 0.05;$
Параметры геометрических характеристик сечения	неблагоприятные $b_{fy} = 0.99, V_{fy} = 0.03;$	$b_R = 1.09, V_R = 0.10$ $\gamma_M = 1.24$	$b_R = 1.19, V_R = 0.08$ $\gamma_M = 1.06$
	благоприятные $b_{fy} = 1.03, V_{fy} = 0.01;$	$b_R = 1.13, V_R = 0.10$ $\gamma_M = 1.18$	$b_R = 1.24, V_R = 0.07$ $\gamma_M = 1.01$

## Заключение

Выполненный анализ вероятностных моделей предела текучести стали и геометрических характеристик сечений, позволяет сделать следующие выводы и предложения для условий Республики Беларусь:

1. В качестве первого приближения с достаточной достоверительной вероятностью можно рекомендовать следующие исходные предпосылки при оценке уровня надежности:

- среднее значение отношения фактического значения предела текучести к характеристическому - 1.10...1.20, коэффициент вариации 0.05...0.08;
- среднее значение отношения фактического значения геометрических характеристик наиболее распространенного сечения (прокатного двутаврового) к его характеристическому значению 0,99-1.03, коэффициент вариации 0.01-0.03.

2. При принятых выше предпосылках значения интегрального частного коэффициента для модели сопротивления изменяются в диапазоне от 1.01 до 1.24. Разброс значений, обусловленный возможными комбинациями благоприятных и неблагоприятных значений предела текучести и геометрических параметров сечения, свидетельствует о необходимости уточнения статистических параметров базисных переменных, входящих в модели сопротивления (главным образом предела текучести).

## Литература

1. Шнете, Г. Надежность несущих строительных конструкций / Г. Шнете; пер. с нем. О.О. Андреева. – Москва : Стройиздат, 1994. –288 с. –Перевод. изд.: Gerhard Spaethe. – Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen.
2. Ведяков, И.И. Современные принципы нормирования качества материалов и стальных конструкций/ Ведяков И.И. //Строительная механика и расчет сооружений. – 2007. – №2. – С. 62-64.
3. Simões da Silva, L. Statistical evaluation of the lateral-torsional buckling resistance of steel I-beams, Part 2: Variability of steel properties./ L. Simões da Silva, C. Rebelo, D. Nethercot, L. Marques, R. Simões, P.M.M. Vila Real // Journal of Constructional Steel Research. – 2009. – №.4(65). –P.832-849.
4. Byfield, M.P. Steel design and reliability using Eurocode 3. PhD thesis, University of Nottingham. 1996
5. Melcher, J. Design characteristics of structural steels based on statistical analysis of metallurgical products / J.Melcher, Z.Kala, M.Holicky, M.Fajkus, L.Rozlivka// Journal of Constructional Steel Research. –2004. Vol. 60, № 3–5,– P.795-808.
6. Byfield, M.P. Calculation of the strain hardening behaviour of steel structures based on mill tests/ M.P.Byfield, J.M.Davies, M.Dhanalakshmi // Journal of Constructional Steelwork Research. –2005. –№61(2). –P.133-150.
7. JCSS Probabilistic Model Code //Joint Committee of Structural Safety[Electronic resource]. –2001. –Mode of access: <http://www.jcss.ethz.ch>. –Date of access: 15.01.2012.

Поступила в редакцию 25.08.2014 г.